



第六章内容回顾

若从正态分布总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 中, 反复多次随机抽取样本含量固定为 n 的样本, 那么这些**样本均数** \bar{X} 也服从正态分布, 即 \bar{X} 的总体均数仍为 μ , \bar{X} 的标准差为 σ/\sqrt{n} 。

中心极限定理

事实上, 在样本含量 n 很大的情况下 (如 $n \geq 50$), 无论原始测量变量服从什么分布, \bar{X} 的抽样分布都近似服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2/n)$, 这就是中心极限定理。

均数的标准误

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$S_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$



可信区间的计算

可信区间为 $1-\alpha$ 的计算

σ 已知

$$(\bar{X} - z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{X}}, \bar{X} + z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{X}})$$

σ 未知

$$(\bar{X} - t_{\alpha/2, \nu} S_{\bar{X}}, \bar{X} + t_{\alpha/2, \nu} S_{\bar{X}})$$

在大样本情况 ($n > 50$) 下, 可以用 $z_{\alpha/2}$ 替换。 $(\bar{X} - z_{\alpha/2} S_{\bar{X}}, \bar{X} + z_{\alpha/2} S_{\bar{X}})$



假设检验基本步骤 (小概率反证法思想)

(一) 建立假设、确定检验水准

1. 无效假设 (无差别假设) H_0
2. 备择假设 H_1
3. 检验水准 $\alpha = 0.05$ 或 $\alpha = 0.01$

(二) 选择检验方法、计算检验统计量

(三) 根据 P 值做出统计推断

$P \leq \alpha$, 按 α 检验水准拒绝 H_0 , 接受 H_1 ; 若 $P > \alpha$, 则不能拒绝 H_0 。

第七章

t 检验



人民卫生出版社
PEOPLE'S MEDICAL PUBLISHING HOUSE

目录

- 第一节 t 检验
- 第二节 方差不齐时两样本均数的比较
- 第三节 t 检验中的注意事项



重点难点

掌握

均数比较的 t 检验方法: 单个样本 t 检验、配对样本 t 检验、两个独立样本 t 检验的计算和应用。

熟悉

t 检验中的注意事项, 主要包括其应用条件、单双侧检验的选择和对 P 值的理解。

第一节

t 检验



人民卫生出版社
PEOPLE'S MEDICAL PUBLISHING HOUSE



本章介绍计量资料两组均数比较的 t 检验方法,

根据研究设计和资料的性质有:

- 单个样本 t 检验
- 配对样本 t 检验
- 两个独立样本 t 检验
- 方差不齐时的 t' 检验

t 检验的理论依据是上一章介绍的 t 分布和假设检验原理。



William Sealy Gosset, who developed the " t -statistic" and published it under the pseudonym of "Student".





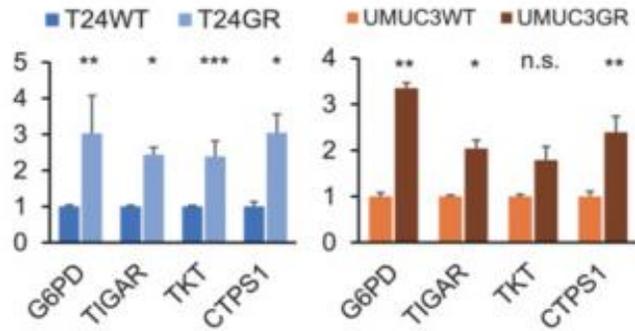
EMBO J. 2023 Feb; 42(4): e110620.

Published online 2023 Jan 13. doi: [10.15252/embj.2022110620](https://doi.org/10.15252/embj.2022110620) IF: 11.4 Q1

PMCID: PMC9929641 IF: 11.4 Q1

PMID: 36637036 IF: 11.4 Q1

IDH2 stabilizes HIF-1 α -induced metabolic reprogramming and promotes chemoresistance in urothelial cancer



E. Relative mRNA expression levels of G6PD, TIGAR, TKT, and CTPS1, which are the genes responsible for activating the PPP and pyrimidine biosynthesis. WT and GR cells are shown. The data are shown as the mean values \pm SEs ($n = 3$, biological replicates). The expression levels were analyzed by **Student's *t*-test** and plotted relative to expression levels in WT cells (left: T24 cells, right: UMUC3 cells). * $P < 0.05$, ** $P < 0.01$, *** $P < 0.001$, n.s., non-significant.

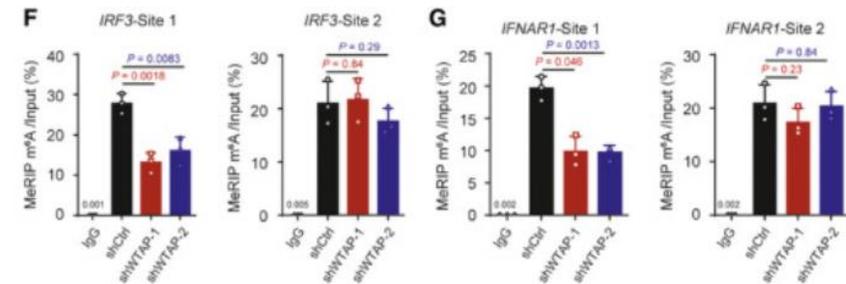
EMBO Rep. 2021 Nov 4; 22(11): e52101.

Published online 2021 Sep 1. doi: [10.15252/embr.202052101](https://doi.org/10.15252/embr.202052101) IF: 7.7 Q1

PMCID: PMC8567250 IF: 7.7 Q1

PMID: 34467630 IF: 7.7 Q1

Degradation of WTAP blocks antiviral responses by reducing the m⁶A levels of IRF3 and IFNAR1 mRNA



F, G Abundance of *IRF3* (F) and *IFNAR1* (G) transcripts (detection sites 1 and 2) among mRNA immunoprecipitated with anti-m⁶A antibody from shCtrl and shWTAP A549 cells. $n = 3$ independent biological replicates, and error bars represent standard deviations. Data were compared using **Student's *t*-test**.

一、单样本 t 检验

- **单样本 t 检验** (one sample t test), 适用于样本均数与已知总体均数 μ_0 的比较。
- **比较目的是检验样本均数所代表的总体均数 μ 是否与已知总体均数 μ_0 有差别。**
- 在 $H_0: \mu = \mu_0$ 的假定下, 可以认为样本是从已知总体中抽取的, 根据 t 分布的原理, 单个样本 t 检验的公式为:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}, \quad \nu = n - 1$$

其中 S 为标准差, n 为样本量。

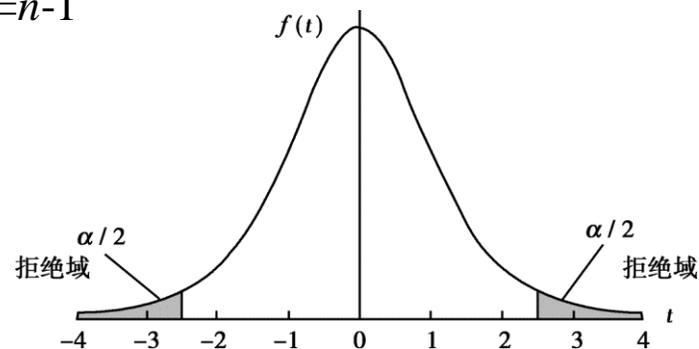


图7-1 t 分布



例题

- **例7-1** 以往通过大规模调查已知某地新生儿平均出生体重为3.30kg。从该地难产儿中随机抽取35名新生儿作为研究样本，平均出生体重为3.42kg，标准差为0.40kg。问该地难产儿出生体重与一般新生儿体重有无差异？



☑ 检验步骤

(1) 建立检验假设, 确定检验水准

$H_0: \mu = \mu_0$, 该地难产儿与一般新生儿平均出生体重相同

$H_1: \mu \neq \mu_0$, 该地难产儿与一般新生儿平均出生体重不同

$\alpha = 0.05$ 。

(2) 计算检验统计量

在 $\mu = \mu_0$ 成立的前提条件下, 计算统计量为:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} = \frac{3.42 - 3.30}{0.40/\sqrt{35}} = 1.77$$

(3) 根据 P 值, 做出推断结论:

查附表2, 得 $t_{0.05/2, 34} = 2.032$ 。因为 $t < t_{0.05/2, 34}$, 故 $P > 0.05$, 表明差异无统计学意义, 按

$\alpha = 0.05$ 水准不拒绝 H_0 , 尚不能认为该地难产儿与一般新生儿平均出生体重不同。



二、配对样本均数 t 检验

➤ **配对设计** (paired design) 是将受试对象按某些重要特征相近的原则配成对子, 每对中的两个个体随机地给予两种处理。应用配对设计可以减少实验误差和控制非处理因素, 提高统计处理效率。配对设计有两种情况:

1. **同源配对** 同一受试对象或同一标本的两个部分, 随机分配接受两种不同处理;

 同一受试对象分别接受两种不同的处理: 两种测定方法的比较

 同一受试对象接受一种处理前后: 同一组高血压患者接受降压治疗前后的血压比较

2. **异源配对** 为消除混杂因素的影响, 将两个同质受试对象配对分别接受两种处理。

 把同窝、同性别和体重相近的动物配成一对。

 把身高、体重、性别、年龄等因素相同的患者配成一对。



- **配对样本均数 t 检验简称配对 t 检验** (paired t test) , 又称非独立两样本均数 t 检验, 适用于配对设计计量资料均数的比较, 其比较目的是**检验两相关样本均数所代表的未知总体均数是否有差别。**



☑ 配对样本均数 t 检验 (非独立两样本均数 t 检验)

- 配对样本 t 检验的基本原理是假设两种处理的效应相同, 理论上差值 d 的总体均数 μ_d 为 0, 现有样本差值均数不等于 0 的 \bar{d} 可能来自 $\mu_d=0$ 的总体, 也可能来自 $\mu_d \neq 0$ 的总体。因此可将该检验理解为差值样本均数 \bar{d} 与已知总体均数 $\mu_d=0$ 比较的单样本 t 检验, 其检验统计量为

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{S_{\bar{d}}} = \frac{\bar{d} - 0}{S_{\bar{d}}} = \frac{\bar{d}}{S_d / \sqrt{n}}$$

式中 d 为每对数据的差值, \bar{d} 为差值的样本均数, S_d 为差值的样本标准差, $S_{\bar{d}}$ 为差值样本均数的标准差, 即差值的标准误, n 为配对样本的对子数。





例题

例7-2 某项研究评估咖啡因对运动者心肌血流量的影响, 先后测定了12名男性志愿者饮用咖啡前后运动状态下的心肌血流量[ml/ (min·g)], 数据如下表所示, 问饮用咖啡前后运动者的心肌血流量有无差异。

12名运动者饮用咖啡前后的心肌血流量[ml/(min·g)]

编号	饮用前	饮用后	差值 d	d^2
1	4.8	4.8	0	0
2	5.1	4.9	0.2	0.04
3	6.4	4.5	1.9	3.61
4	5.7	5.4	0.3	0.09
5	5.6	4.7	0.9	0.81
6	5.3	3.8	1.5	2.25
7	5.1	4.1	1.0	1.00
8	4.9	3.2	1.7	2.89
9	4.7	3.0	1.7	2.89
10	3.5	3.2	0.3	0.09
11	5.2	5.3	-0.1	0.01
12	5.3	5.1	0.2	0.04
合计			9.6 ($\sum d$)	13.72 ($\sum d^2$)



(1) 建立检验假设, 确定检验水准

$H_0: \mu_d=0$, 饮用咖啡前后运动者的平均心肌血流量差值为零

$H_1: \mu_d \neq 0$, 饮用咖啡前后运动者的平均心肌血流量差值不为零

$\alpha=0.05$ 。

(2) 计算检验统计量: 先计算差值 d 及 d^2 , 经计算:

$$\sum d = 9.6, \quad \sum d^2 = 13.72, \quad \bar{d} = (\sum d)/n = 9.6/12 = 0.8$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum X^2 - (\sum X)^2/n}{n-1}} \quad \rightarrow \quad S_d = \sqrt{\frac{\sum d^2 - \frac{(\sum d)^2}{n}}{n-1}} = \sqrt{\frac{13.72 - \frac{9.6^2}{12}}{12-1}} = 0.741$$



计算差值的标准误:

$$S_{\bar{d}} = \frac{S_d}{\sqrt{n}} = \frac{0.741}{\sqrt{12}} = 0.214 \quad \nu = n-1 = 12-1 = 11$$

计算 t 值:

$$t = \frac{\bar{d}}{S_{\bar{d}}} = \frac{0.8}{0.214} = 3.738$$

(3) 根据 P 值作出推断结论: 自由度 $\nu = n-1 = 12-1 = 11$, 查附表2, 得 $t_{0.05/2, 11} = 2.201$, 本例 $t > t_{0.05/2, 11}$, $P < 0.05$, 差别有统计学意义, 拒绝 H_0 , 接受 H_1 , 可以认为饮用咖啡前后运动者的心肌血流量存在差异。



t 检验的应用条件

- t 检验是以 t 分布为基础的一类比较均数的假设检验法方法。
- t 检验的应用条件：随机样本、来自正态总体、方差齐性（两组独立样本）
- 单样本 t 检验是推断该样本所属总体的均数与已知的某一数值有无差别。
- 配对设计资料的 t 检验着眼于差值的总体均数是否为0。



总结

- t检验是以t分布为基础的一类比较均数的假设检验法方法。
- t检验的应用条件：随机样本、来自正态总体、方差齐性（两组独立样本）
- 单样本t检验是推断该样本所属总体的均数与已知的某一数值有无差别。
- 配对设计资料的t检验着眼于差值的总体均数是否为0。





三、两独立样本均数比较的 t 检验

- **两独立样本 t 检验** (two independent sample t-test) , 又称**成组 t 检验**, 适用于**完全随机设计下两样本均数的比较**, **其目的是检验两样本所来自总体的均数是否相等**。

- **完全随机设计**是将受试对象随机地分配到两组中, 每组对象分别接受不同的处理, 分析比较两组的处理效应。



两独立样本t检验**要求**两样本所在的总体服从正态分布，且两总体方差相等。

$$\bar{X}_1 \sim N\left(\mu_1, \frac{\sigma^2}{n_1}\right) \quad \bar{X}_2 \sim N\left(\mu_2, \frac{\sigma^2}{n_2}\right) \quad \bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim N\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma^2}{n_1} + \frac{\sigma^2}{n_2}\right)$$

➤ 统计量计算公式为：

$$t = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| - 0}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2|}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} \quad v = n_1 + n_2 - 2$$



其中

$$S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{S_c^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

式中 \bar{X}_1 和 \bar{X}_2 分别为两组的样本的均数, $S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$ 为两样本均数差值的标准误, S_c^2 为合并方差。



合并方差 S_c^2 的计算公式为

$$S_c^2 = \frac{\sum X_1^2 - \frac{(\sum X_1)^2}{n_1} + \sum X_2^2 - \frac{(\sum X_2)^2}{n_2}}{n_1 + n_2 - 2}$$

或

$$S_c^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

其中 S_1 和 S_2 为两样本的标准差。



例题

例7-3 某项研究评估低氧环境（模拟高原环境）对运动者心肌血流量的影响，将17名男性志愿者随机分成两组，分别在正常含氧环境（正常组）和低氧环境（低氧组）中测定运动后的心肌血流量[ml/ (min·g)]，数据如下表所示，问两种环境中运动者的心肌血流量有无差异。

17名运动者的心肌血流量[ml/ (min·g)]

正常组心肌血流量(X_1)	低氧组心肌血流量(X_2)
3.5	6.4
3.1	5.7
3.1	5.6
2.7	5.3
2.5	5.1
2.3	4.9
2.3	4.7
2.2	3.5
2.2	



(1) 建立检验假设, 确定检验水准

$H_0: \mu_1 = \mu_2$, 两种环境中运动者的心肌血流量的总体均数相同

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$, 两种环境中运动者的心肌血流量的总体均数不同

$\alpha = 0.05$

(2) 计算检验统计量

$$n_1 = 9, \sum X_1 = 23.9, \sum X_1^2 = 65.27, \bar{X}_1 = 2.656$$

$$n_2 = 8, \sum X_2 = 41.2, \sum X_2^2 = 217.26, \bar{X}_2 = 5.150$$

$$S_c^2 = \frac{65.27 - \frac{23.9^2}{9} + 217.26 - \frac{41.2^2}{8}}{9 + 8 - 2} = 0.459$$

$$S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{0.459 \times \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{8} \right)} = 0.329$$



$$t = \frac{|2.656 - 5.150|}{0.329} = 7.581$$

(3) 根据 P 值, 作出推断结论:

两独立样本 t 检验自由度为 $\nu = n_1 + n_2 - 2 = 9 + 8 - 2 = 15$; 查 t 界值表, $t_{0.05/2, 15} = 2.131$ 。

由于 $t > t_{0.05/2, 15}$, $P < 0.05$, 按 $\alpha = 0.05$ 的水准, 拒绝 H_0 , 接受 H_1 , 两组差异有统计学意义, 可以认为两种环境中运动者的心肌血流量存在差异。

➤ **应用条件:** 两独立样本 t 检验要求两样本所代表的总体服从正态分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且两总体方差 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, 即方差齐性 (homogeneity of variance)。若两者总体方差不齐, 可采用 t' 检验、变量变换或用秩和检验方法处理。



对数变换的t检验

对于抗体滴度、基因表达值等资料，宜用几何均数表示其平均水平。

当对几何均数进行假设检验时，先进行变量的对数变换，将这些观察值 X 用 $\lg X$ 代替， $\lg X$ 往往近似服从正态分布，相应的两总体方差也可能近似相等，故可用前述的t检验对 $\lg X$ 进行分析。



➤ **单样本t检验**
$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}, \quad v = n - 1$$

适用于样本均数与已知总体均数 μ_0 的比较。比较目的是检验**样本均数**所代表的**总体均数 μ** 是否与**已知总体均数 μ_0** 有差别。

➤ **配对样本均数t检验 Page196**
$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{S_{\bar{d}}} = \frac{\bar{d} - 0}{S_{\bar{d}}} = \frac{\bar{d}}{S_d/\sqrt{n}}$$

又称非独立两样本均数t检验，适用于配对设计计量资料均数的比较，其比较目的是检验**两相关样本均数**所代表的**未知总体均数**是否有差别。

因此可将该检验理解为差值样本均数 \bar{d} 与已知总体均数 $\mu_d=0$ 比较的单样本 t 检验

➤ **两独立样本均数比较t检验 Page198**
$$t = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| - 0}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2|}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} \quad v = n_1 + n_2 - 2$$

适用于**完全随机设计**下两样本均数的比较，其目的是检验**两样本**所来自**总体的均数**是否相等。

第二节

方差不齐时两样本均数的比较



人民卫生出版社

PEOPLE'S MEDICAL PUBLISHING HOUSE



为什么考虑方差齐性?

两独立样本均数的比较, 要求两样本所在总体服从正态分布, 且两总体方差相等, 即方差齐性, 可使用t检验。

若两总体方差不相等, 需使用 t' 检验进行两样本均数比较。

如何判断方差齐性?



一、方差齐性检验

- 方差齐性检验是指由两样本方差推断两总体方差是否相同的检验方法，使用 F 检验。 F 检验要求资料服从正态分布。检验统计量 F 值计算公式：

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}, \nu_1 = n_1 - 1, \nu_2 = n_2 - 1$$

式中 S_1^2 为较大的样本方差， S_2^2 为较小的样本方差。检验统计量 F 值为两个样本方差之比，若样本方差的不同仅为抽样误差的影响， F 值一般不会偏离1太远。求得 F 值后，查附表3（方差齐性检验用的 F 界值表）得 P 值。

一般取 $\alpha=0.10$ 水准作判断，若 $F \geq F_{\alpha/2}(\nu_1, \nu_2)$ ，则 $P \leq \alpha$ ，拒绝 H_0 ，接受 H_1 ，可认为两总体方差不齐；反之，则认为两总体方差具有齐性。





例题

例7-4 两组小白鼠分别饲以高蛋白和低蛋白饲料, 4周后记录小白鼠体重增加量(g)如下表所示, 问两组动物体重增加量的均数是否相等?

两种饲料喂养小白鼠4周后体重增重(g)情况

高蛋白组体重增加量(X_1)	低蛋白组体重增加量(X_2)
50	36
47	38
42	37
43	38
39	36
51	39
43	37
48	35
51	33
42	37
50	39
43	34
	36



☑ 两样本的方差齐性检验

(1) 建立检验假设, 确定检验水准

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$, 即高蛋白与低蛋白饲料喂养后小白鼠体重增加量的总体方差相同

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, 即两总体方差不同

$\alpha = 0.10$

计算检验统计量:

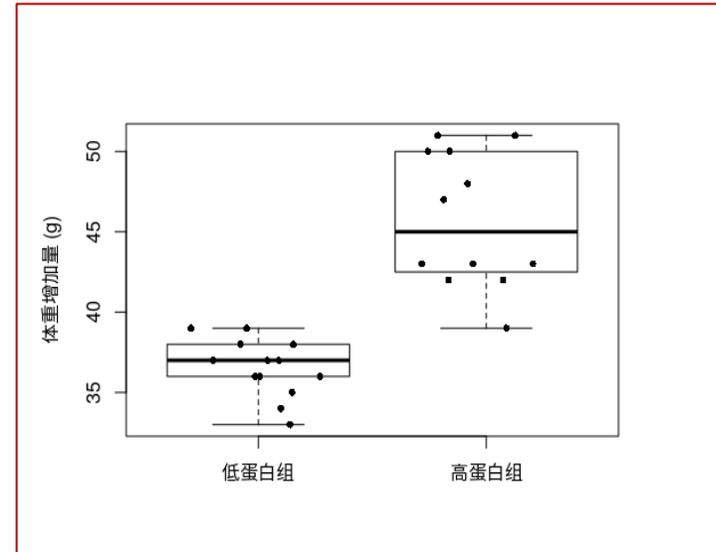
对表中的数据计算可得 $S_1^2 = 17.659$ 和 $S_2^2 = 3.269$, 有

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{17.659}{3.269} = 5.402$$

(3) 根据 P 值, 作出推断结论

自由度 $\nu_1 = 12 - 1 = 11$, $\nu_2 = 13 - 1 = 12$, 查方差齐性检验用的 F 界值表 (附表3),

$F_{0.10/2, (11, 12)} = 2.72$, $F > F_{0.10/2, (11, 12)}$, 故 $P < 0.10$, 差别有统计学意义, 按 $\alpha = 0.10$ 水准, 拒绝 H_0 , 接受 H_1 。故认为两组体重增加量的总体方差不齐, 不可直接使用两独立样本均数比较的 t 检验, 而应采用下述的 t' 检验。





二、两样本均数比较的 t' 检验

- t' 统计量的计算公式为

$$t' = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

- Satterthwaite法: 检验时对自由度校正, 根据校正自由度查 t 界值表, 即

$$v = \frac{(S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2)^2}{\frac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \frac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}}$$

- Cochran & Cox法: 检验时对临界值校正, 公式为

$$t'_{\alpha/2} = \frac{S_{\bar{X}_1}^2 t_{\alpha/2, v_1} + S_{\bar{X}_2}^2 t_{\alpha/2, v_2}}{S_{\bar{X}_1}^2 + S_{\bar{X}_2}^2}, \quad v = n_1 + n_2 - 2$$

式中 $v_1 = n_1 - 1$, $v_2 = n_2 - 1$; $S_{\bar{X}_1}^2$ 和 $S_{\bar{X}_2}^2$ 为两组数据的标准误的平方, 根据校正的临界值, 做出推断结论。

t' 与校正自由度后的
t界值进行比较

t' 与校正界值进行
比较

**例题**

例7-5 对例7-4资料进行检验, 比较两组小白鼠增重均数是否不同。

(1) 建立检验假设, 确定检验水准

$H_0: \mu_1 = \mu_2$, 即两种饲料小白鼠增重总体均数相同

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$, 即两种饲料小白鼠增重总体均数不相同

$\alpha = 0.05$

(2) 计算检验统计量

两总体方差不同, 应选用 t' 检验, 即

$$t' = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{45.750 - 36.538}{\sqrt{\frac{17.659}{12} + \frac{3.269}{13}}} = 3.103$$

(3) 根据 P 值, 作出推断结论



$$t' = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{45.750 - 36.538}{\sqrt{\frac{17.659}{12} + \frac{3.269}{13}}} = 3.103$$

➤ 按Satterthwaite法计算校正自由度, 得

$$\nu = \frac{(S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2)^2}{\frac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1-1} + \frac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2-1}} = \frac{(17.659/12 + 3.269/13)^2}{\frac{(17.659/12)^2}{12-1} + \frac{(3.269/13)^2}{13-1}} = 14.687 \approx 15$$

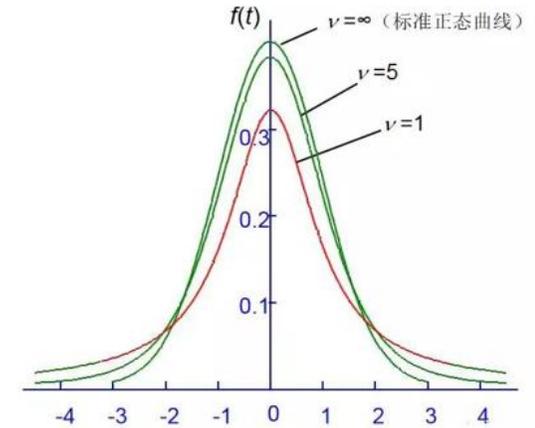
查 t 界值表 $t_{0.05/2,15} = 2.131$ $t' > t_{0.05/2,15}$ $P < 0.05$

➤ 按Cochran & Cox法计算校正界值, $t_{0.05/2,11} = 2.201$ $t_{0.05/2,12} = 2.179$ 得

$$t'_{0.05/2} = \frac{S_{\bar{X}_1}^2 t_{0.05/2,11} + S_{\bar{X}_2}^2 t_{0.05/2,12}}{S_{\bar{X}_1}^2 + S_{\bar{X}_2}^2} = \frac{(17.659/12) \times 2.201 + (3.269/13) \times 2.179}{(17.659/12) + (3.269/13)} = 2.198$$

$t' > t'_{0.05/2}$, 得 $P < 0.05$ 。

两种检验方法所获得的界值虽略有差异, 但结论是一致的。按检验水准 $\alpha = 0.05$, 拒绝 H_0 , 接受 H_1 , 差异有统计学意义, 可认为两种饲料饲养后小白鼠增重的总体均数不同, 即高蛋白组的体重增加量高于低蛋白组。



不同自由度的分布图

临界值增大, 更难拒绝零假设。



三、Z 检验

根据中心极限定理, 在大样本情况下 (如 n_1 、 $n_2 > 50$) ,也可使用z统计量进行检验, 即:

$$z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

服从标准正态分布, 对于双侧检验, $z > z_{\alpha/2}$,则 $P < \alpha$, 拒绝 H_0



例题

例7-6 研究一种新的试验药物与对照药物对治疗高脂血症的疗效进行比较, 分别对106例和102例患者, 经过6周的治疗测量甘油三酯, 试验组降低甘油三酯的均数和标准差为 (2.37 ± 0.78) mmol/L, 对照组降低甘油三酯的均数和标准差为 (1.53 ± 0.45) mmol/L, 问试验组药物是否优于对照组?

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \quad z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{2.37 - 1.53}{\sqrt{\frac{0.78^2}{106} + \frac{0.45^2}{102}}} = 9.557$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

$$\alpha = 0.05$$

$$z_{0.05/2} = 1.96, z > z_{0.05/2}, P < 0.05 \quad \text{试验组较对照组更好地降低甘油三酯}$$



总结

两独立样本均数比较的t检验，前提条件为：**随机样本、来自正态总体、方差齐性。**

若两样本所属总体方差相等，零假设成立时，检验统计量t服从自由度 $n_1 + n_2 - 2$ 的t分布，计算统计量的数值后，据此估计P值。

若两样本所属总体方差不等，以t'为统计量。

样本含量不大时，需对自由度、或临界值进行校正

样本含量较大时，可近似采用正态分布的临界值。

第三节

t 检验中的注意事项



人民卫生出版社

PEOPLE'S MEDICAL PUBLISHING HOUSE



☑ t 检验中的注意事项

- 1. 要有严密的研究设计** 样本必须是从同质总体中**随机抽取或随机化分组**，保证组间的均衡性和资料的可比性，即对比组间除处理因素外，非处理因素应尽可能相同。
- 2. 正确选用检验方法** 应根据研究的设计类型、资料类型选用适当的假设检验方法。 t 检验以**正态分布和方差相同为基础**，在方差不齐情况下，可以使用近似 t 检验方法，也可以使用数据变换的方法。如果资料不满足正态分布，可以使用第十章的非参数检验方法。
- 3. 单双侧检验的选择** 通常根据研究目的决定，如果在决策时只与检验的一侧结果有关，则可以采用单侧检验。在相同检验水准下，对同一资料作单侧检验更容易获得有统计学意义的结果。单双侧检验的选择，应在统计分析工作开始之前**根据专业知识决定**，若缺乏这方面的依据，一般应选用双侧检验。





4. 对差别有无统计学意义的判断不能绝对化 假设检验统计结论的正确性是以概率作保证的, 作统计结论时不能绝对化。在报告结论时, **最好列出概率 P 的确切数值, 当 P 值很小时, 可以用 $P < 0.0001$ 表示。**同时, 应注明采用的是单侧检验还是双侧检验, 以便读者与同类研究进行比较。

5. 正确理解 P 值和“显著”的含义 P 值的含义是指在无效假设 H_0 成立的条件下, 观察到的试验差别、以及更极端的差别是由于机遇所致的概率。因此, P 值越小越有理由拒绝检验假设, 认为不同组之间有差别的统计学证据越充分。因此, **$P < \alpha$ 只能说明差异显著或具有统计学意义, 并不代表实际差异的大小。**

本章小结

1. t 检验是定量数据两均数比较的一种假设检验方法，具体包括单样本均数的 t 检验、配对样本均数的 t 检验和两独立样本均数的 t 检验。最后得到的 P 值是下结论的主要依据。
2. 对于配对数据的 t 检验要求对子的差值服从正态分布。对于两独立样本的 t 检验的应用条件是数据服从正态分布，且两总体方差相等；若两总体方差不等，可以采用近似 t 检验的方法。两总体方差是否相同的检验方法可用 F 检验。
3. 假设检验能够说明组间是否具有差别，而可信区间则能够说明差别有多大，帮助判断结果是否具有实际意义。两者可以结合使用。





课后习题二-1

采用单样本均数 t 检验进行分析。

(1) 建立检验假设, 确定检验水准

$H_0: \mu = \mu_0$, 该厂成年男子血红蛋白均值与一般成年男子相同

$H_1: \mu \neq \mu_0$, 该厂成年男子血红蛋白均值与一般成年男子不同

$\alpha = 0.05$





(2) 计算检验统计量

$$t = \frac{|\bar{X} - \mu_0|}{S_{\bar{X}}} = \frac{|\bar{X} - \mu_0|}{S / \sqrt{n}} = \frac{|125 - 140|}{15 / \sqrt{30}} = 5.48$$

(3) 根据 P 值, 作出推断结论

自由度 $\nu = n - 1 = 30 - 1 = 29$, 查附表 2, 得 $t_{0.05/2, 29} = 2.045$ 。因为 $t > t_{0.05/2, 29}$, 故 $P < 0.05$, 按 $\alpha = 0.05$ 检验水准, 拒绝 H_0 , 接受 H_1 , 可以认为该厂成年男子血红蛋白均值与一般成年男子不同, 该厂成年男子血红蛋白均值低于一般成年男子。





课后习题二-2

本题为配对设计资料，采用配对样本均数 t 检验进行分析

(1) 建立检验假设，确定检验水平

$H_0: \mu = \mu_0$ ，成人耳垂血和手指血白细胞数差异为零

$H_1: \mu \neq \mu_1$ ，成人耳垂血和手指血白细胞数差异不为零

$\alpha = 0.05$





(2) 计算检验统计量

$$\sum d = 11.6, \quad \sum d^2 = 20.36$$

$$\bar{d} = \sum d / n = 11.6 / 12 = 0.967$$

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum d^2 - \frac{(\sum d)^2}{n}}{n-1}} = \sqrt{\frac{20.36 - \frac{(11.6)^2}{12}}{12-1}} = 0.912$$

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{S_{\bar{d}}} = \frac{\bar{d} - 0}{S_{\bar{d}}} = \frac{\bar{d}}{S_d / \sqrt{n}} = \frac{0.967}{0.912 / \sqrt{12}} = 3.672$$

(3) 根据 P 值, 作出推断结论

$t = 3.672 > t_{0.05/2, 11}$, $P < 0.05$, 拒绝 H_0 , 接受 H_1 , 差别有统计学意义, 可以

认为两者的白细胞数不同。





课后习题二-3

由题意得, $\bar{X}_1 = 2.067, S_1 = 1.015; \bar{X}_2 = 4.323, S_2 = 1.107$

本题是两个小样本均数比较, 可用成组设计 t 检验, 首先检验两总体方差是否相等。

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$, 即两总体方差相等

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, 即两总体方差不等

$\alpha = 0.05$

$$F = \frac{S_2^2}{S_1^2} = \frac{1.107^2}{1.015^2} = 1.19$$





$F_{0.05(12,14)} = 2.53 > 1.19, F < F_{0.05(12,14)}$ ，故 $P > 0.05$ ，按 $\alpha=0.05$ 水准，不拒绝 H_0 ，差别无统计学意义。故认为健康人与III度肺气肿病人 α_1 抗胰蛋白酶含量总体方差相等，可直接用两独立样本均数比较的 t 检验。

(1) 建立检验假设，确定检验水平

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ ，健康人与III度肺气肿病人 α_1 抗胰蛋白酶含量相同

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ ，健康人与III度肺气肿病人 α_1 抗胰蛋白酶含量不同

$\alpha=0.05$



(2) 计算检验统计量

$$S_c^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = 1.12$$

$$S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{S_c^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)} = 0.401$$

$$t = \frac{|(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - 0|}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2|}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} = 5.63$$

(3) 根据 P 值, 作出推断结论

$t = 5.63 > t_{0.001/2, 26}$, $P < 0.001$, 拒绝 H_0 , 接受 H_1 , 差别有统计学意义, 可认为健康人与III度肺气肿病人 α_1 抗胰蛋白酶含量不同。





课后习题二-4

本题采用两独立样本t检验（成组t检验），考查几何均数

标准株	标准取对数	水生株	水生取对数	x1-bar	x2-bar	S1	S2
100	2	100	2	2.90309	2.410495	0.49158	0.387212
200	2.30103	100	2				
400	2.60206	100	2				
400	2.60206	200	2.30103				
400	2.60206	200	2.30103				
400	2.60206	200	2.30103				
800	2.90309	200	2.30103				
1600	3.20412	400	2.60206				
1600	3.20412	400	2.60206				
1600	3.20412	800	2.90309				
3200	3.50515	1600	3.20412				
3200	3.50515						
3200	3.50515						

$$n_1 = 13 \quad \bar{X}_1 = 2.90 \quad S_1 = 0.49$$

$$n_2 = 11 \quad \bar{X}_2 = 2.41 \quad S_2 = 0.39$$



(1) 建立检验假设, 确定检验水准

H_0 : 两种株别稀释倍数的总体几何均数的对数值相等

H_1 : 两种株别稀释倍数的总体几何均数的对数值不等

$\alpha = 0.05$

(2) 计算检验统计量

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2(n_1 - 1) + S_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \\
 &= \frac{2.90 - 2.41}{\sqrt{\frac{0.49^2 \times 12 + 0.39^2 \times 10}{13 + 11 - 2} \left(\frac{1}{13} + \frac{1}{11} \right)}} = \frac{0.49}{0.183} = 2.67
 \end{aligned}$$





$$\nu=13+11-2=22$$

查t界值表, 自由度为22, 双侧界值0.05, $t=2.074$,
计算出的 $t=2.67 > t(2.07)$, 拒绝 H_0 , 接受 H_1
差别有统计学意义, 认为两组的平均效价有区别。



课后习题二-5

由题意得 $n_1 = 48$, $\bar{X}_1 = 96.53$, $S_1 = 7.66$

$n_2 = 46$, $\bar{X}_2 = 93.73$, $S_2 = 14.97$

本题是两个小样本均数比较, 可用成组设计 t 检验或 t' 检验, 首先检验两总体方差是否相等。

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$, 即两总体方差相等

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, 即两总体方差不等

$\alpha = 0.05$

$$F = \frac{S_2^2}{S_1^2} = \frac{14.97^2}{7.66^2} = 3.82$$





$F = 3.82 > F_{0.05(47,45)}$, 故 $P < 0.05$, 差别有统计学意义, 按 $\alpha = 0.05$ 水准, 拒绝 H_0 , 接受 H_1 , 故认为男、女大学生的血清谷胱甘肽过氧化物酶的活力总体方差不等, 不能直接用两独立样本均数比较的 t 检验, 而应用两独立样本均数比较的 t' 检验。

$$t' = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}} = 1.53$$

$t'_{0.05/2} = 2.009$, $t' < t'_{0.05/2}$, $P > 0.05$, 按 $\alpha = 0.05$ 水准, 不拒绝 H_0 , 差别无统计学意义, 尚不能认为男性与女性的 GSH-Px 有差别。



人民卫生出版社

PEOPLE'S MEDICAL PUBLISHING HOUSE

谢谢观看